

Systematisches Programmieren

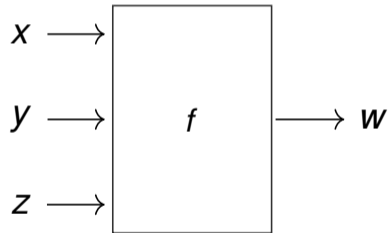
Funktionen und Ausdrücke

Dr. Maurice Chandoo

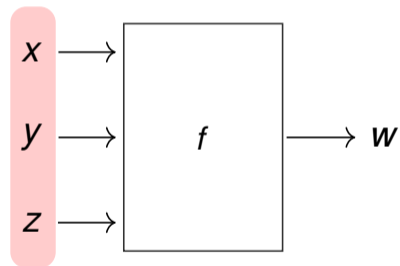
Leibniz Universität Hannover
Institut für Theoretische Informatik

Sommersemester 2020

Funktionen in der Programmierung

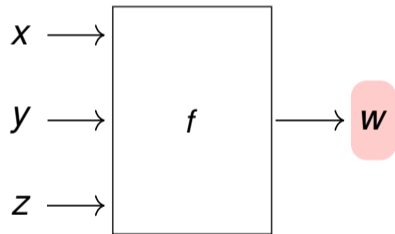


Funktionen in der Programmierung



Eingabeparameter

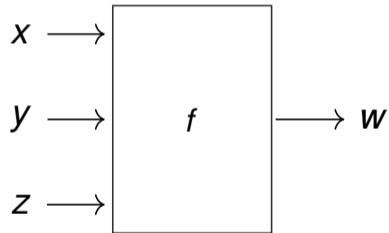
Funktionen in der Programmierung



Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

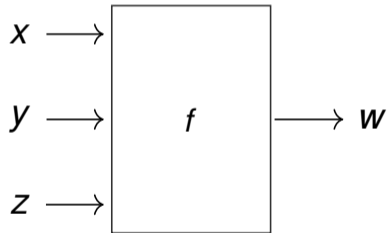


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

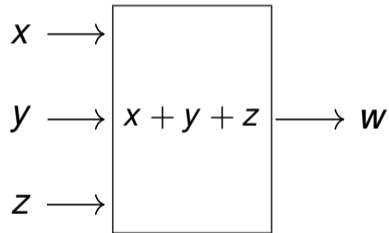


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

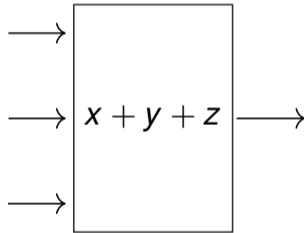


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

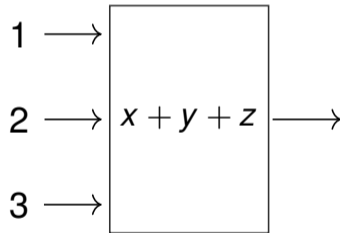


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

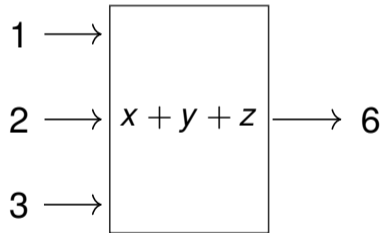


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

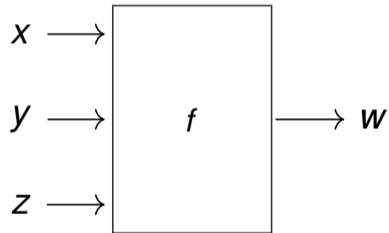


Eingabeparameter

Rückgabewert

Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**

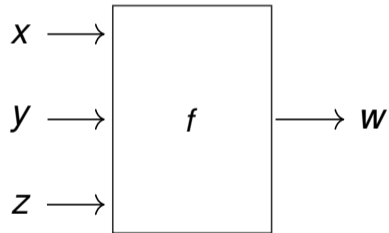


Eingabeparameter

Rückgabewert

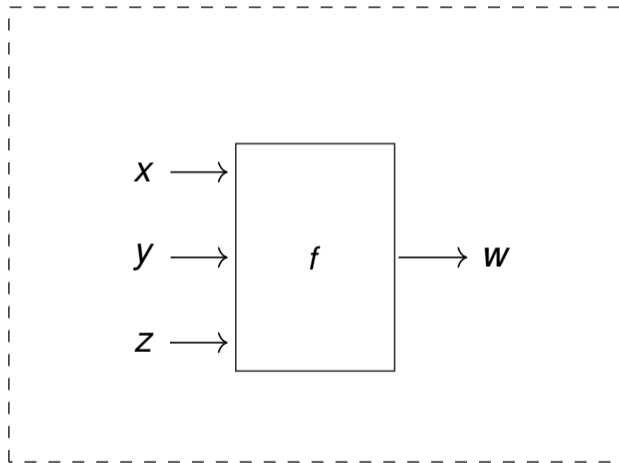
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**



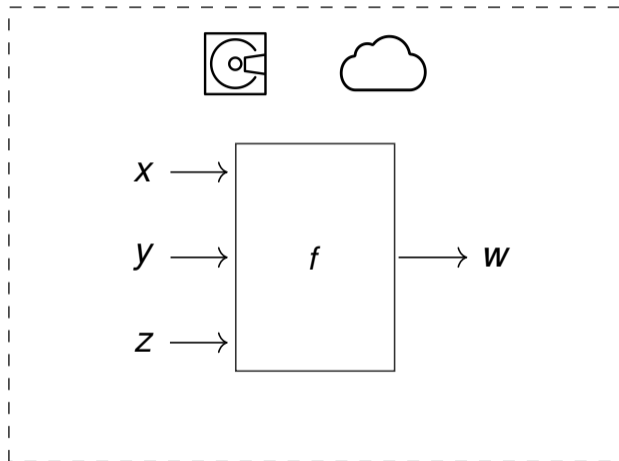
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung



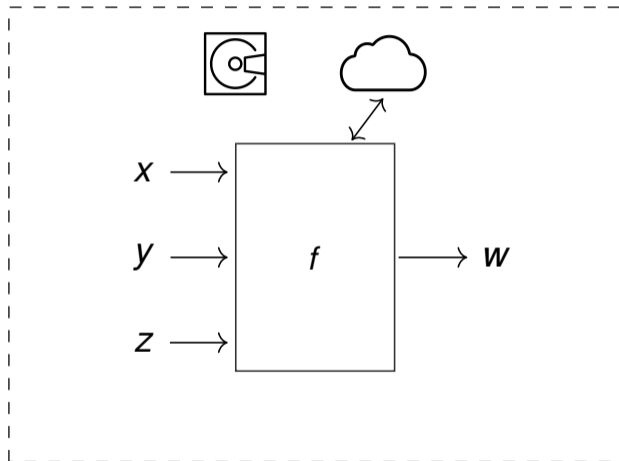
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...



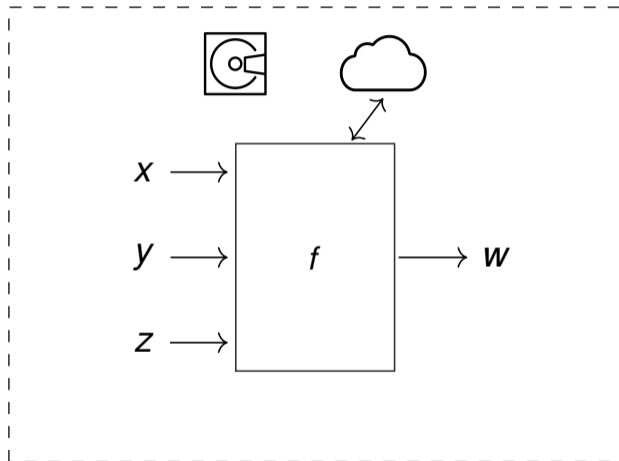
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...



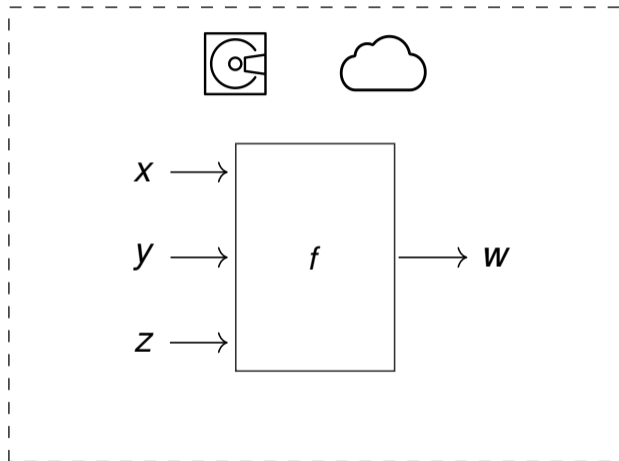
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen



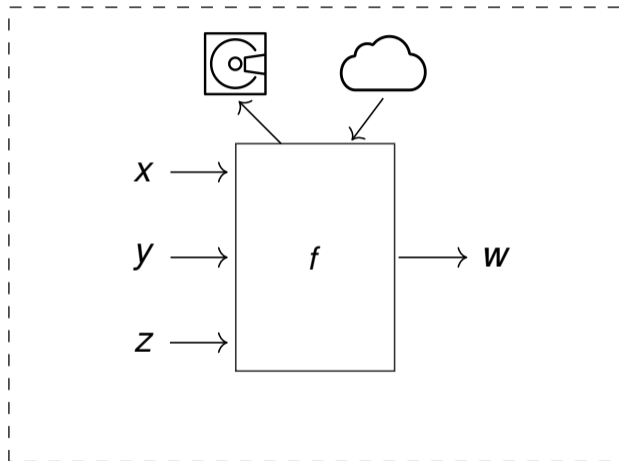
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen



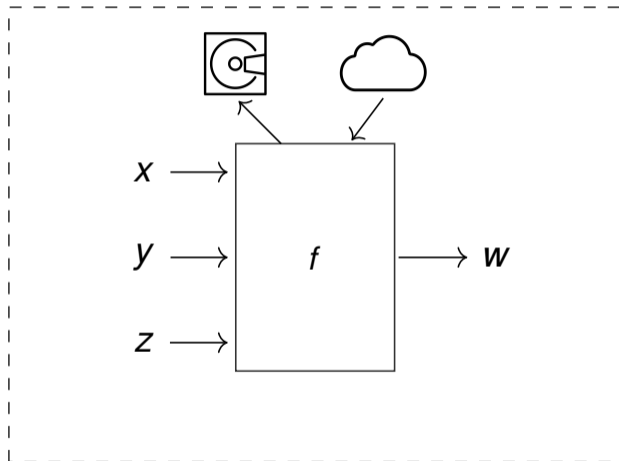
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen



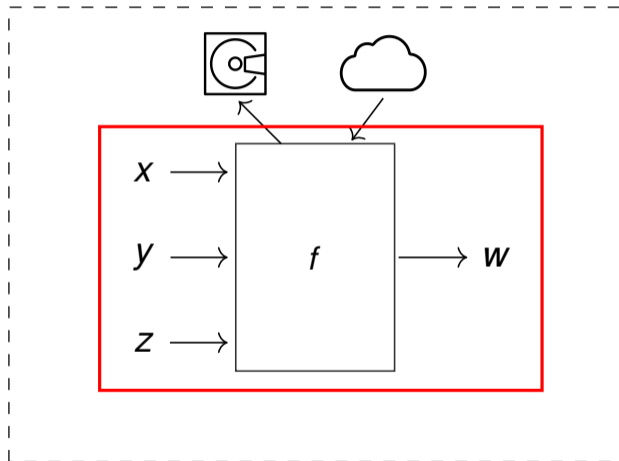
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen
- ▶ **Seiteneffekt**
Veränderung der Umgebung



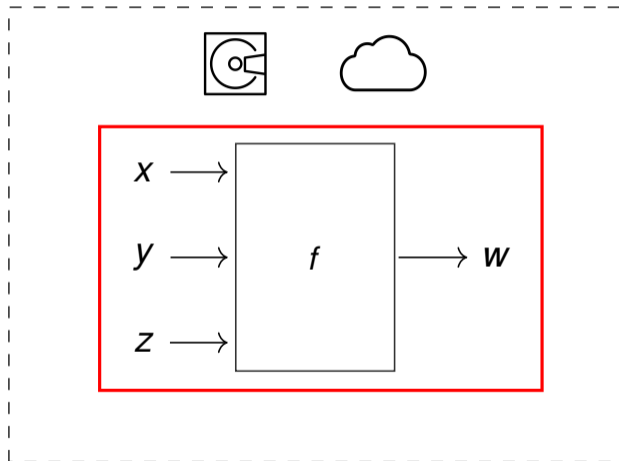
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen
- ▶ **Seiteneffekt**
Veränderung der Umgebung



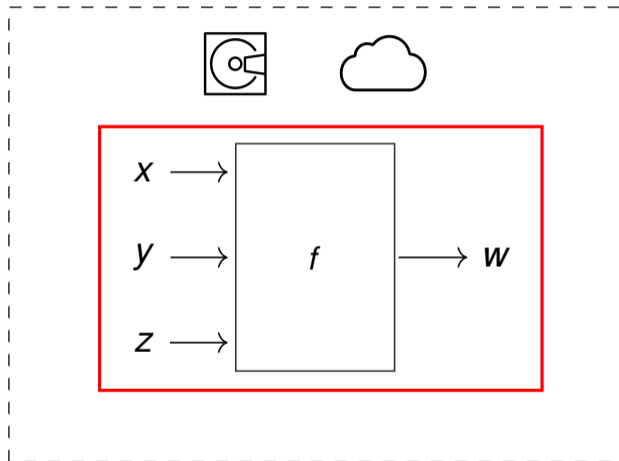
Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen
- ▶ **Seiteneffekt**
Veränderung der Umgebung



Funktionen in der Programmierung

- ▶ Funktionen sind **eindeutig**
- ▶ Ausführungsumgebung
Speicher, Netzwerk, ...
- ▶ Interaktion mit Umgebung kann
Eindeutigkeit verletzen
- ▶ **Seiteneffekt**
Veränderung der Umgebung
- ▶ **pure Funktion**
keine Interaktion mit Umgebung



Funktionen beschreiben

▶ $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$

Funktionen beschreiben

► $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$

n	$f(n)$
2	2
3	3
4	3
5	5
6	5

Funktionen beschreiben

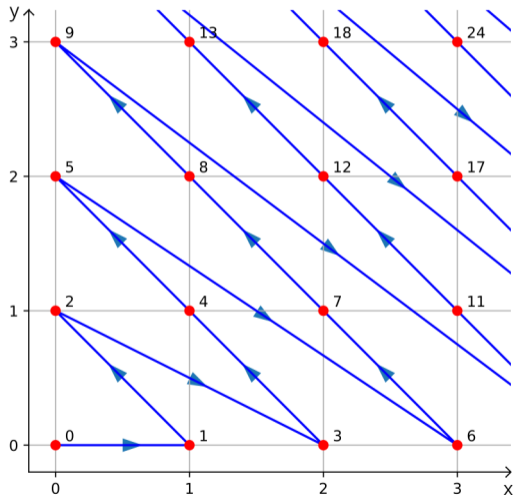
▶ $f(n) = \text{größte Primzahl} \leq n$

Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$
- ▶ $c(x, y)$

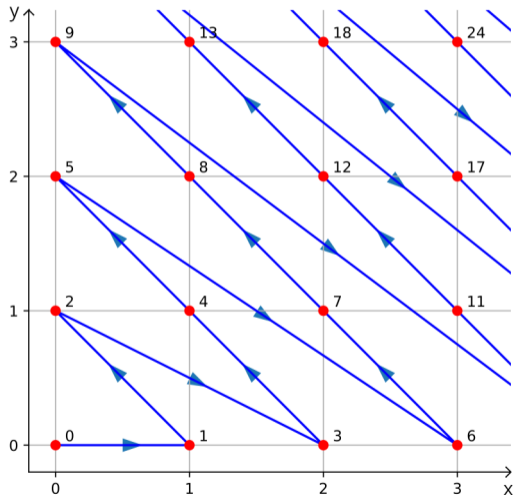
Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) = \text{größte Primzahl} \leq n$
- ▶ $c(x, y)$



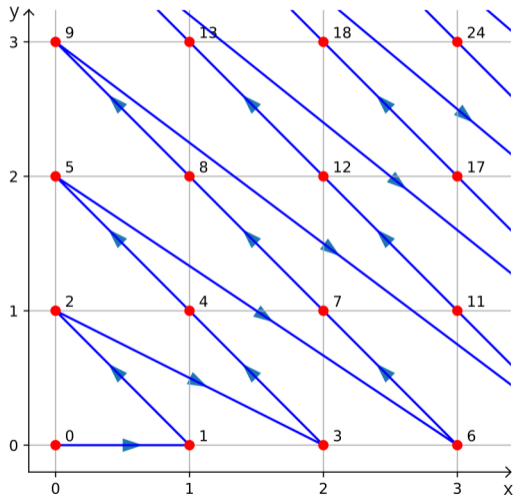
Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$
- ▶ $c(x, y) =$ Anz. der Schritte bis (x, y)



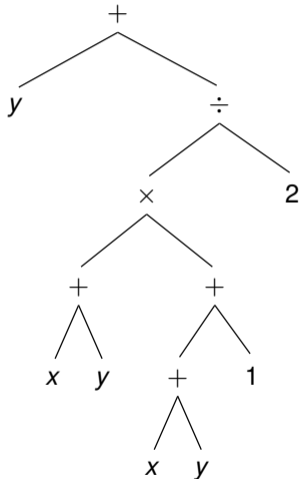
Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) = \text{größte Primzahl } \leq n$
- ▶ $c(x, y) = \text{Anz. der Schritte bis } (x, y)$
- ▶ $c(x, y) = y + \frac{(x+y)(x+y+1)}{2}$



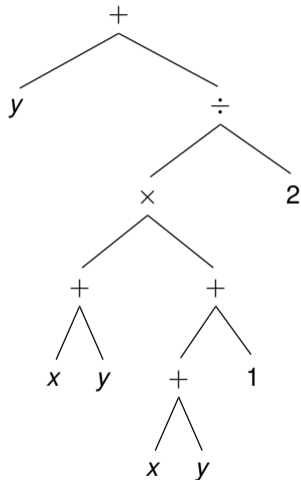
Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$
- ▶ $c(x, y) =$ Anz. der Schritte bis (x, y)
- ▶ $c(x, y) = y + \frac{(x+y)(x+y+1)}{2}$



Funktionen beschreiben

- ▶ $f(n) =$ größte Primzahl $\leq n$
- ▶ $c(x, y) =$ Anz. der Schritte bis (x, y)
- ▶ $c(x, y) = y + \frac{(x+y)(x+y+1)}{2}$
- ▶ Ausdrücke beschreiben Funktionen



Ausdrücke

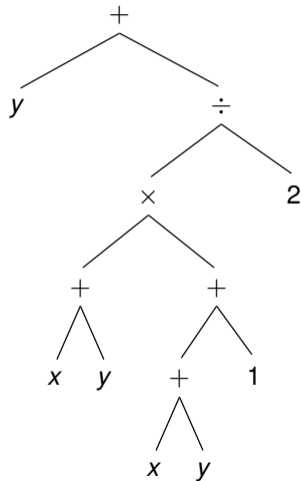
- ▶ Ausdruck

Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen

Ausdrücke

► Ausdruck

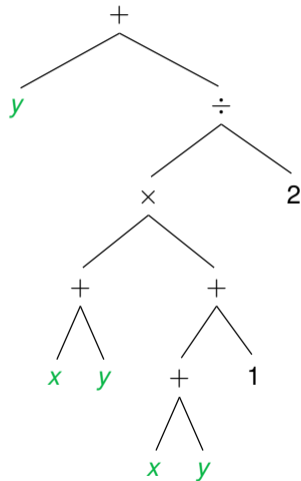
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen



Ausdrücke

► Ausdruck

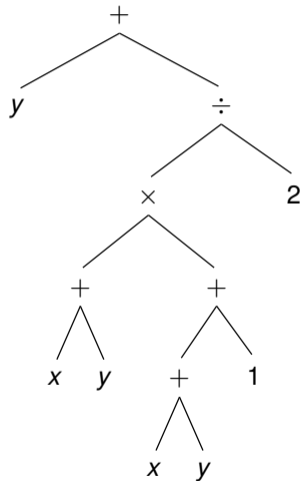
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen



Ausdrücke

► Ausdruck

Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen



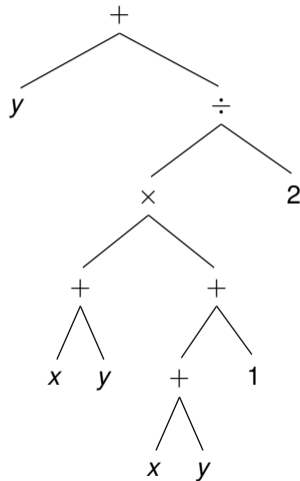
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**

Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen

- ▶ **Konstante**

Funktion ohne Eingabeparameter



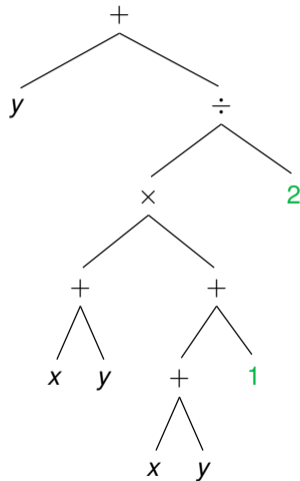
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**

Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen

- ▶ **Konstante**

Funktion ohne Eingabeparameter



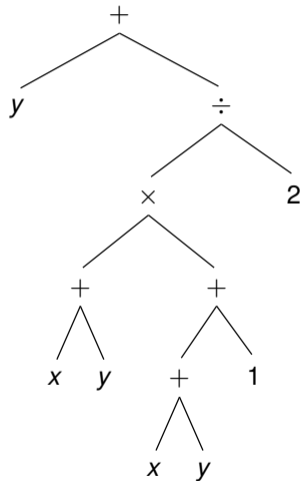
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**

Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen

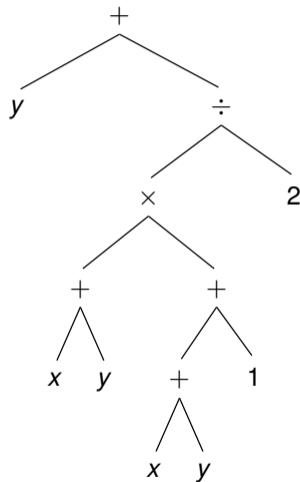
- ▶ **Konstante**

Funktion ohne Eingabeparameter



Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen



Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$

Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$

Aufrufgraph

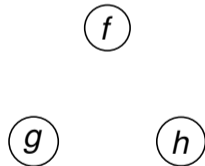
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$



Aufrufgraph

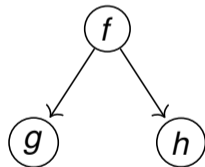
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$



Aufrufgraph

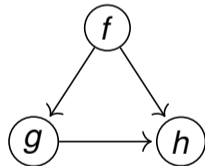
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$



Aufrufgraph

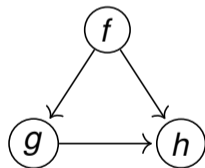
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = x + 1$$



Aufrufgraph

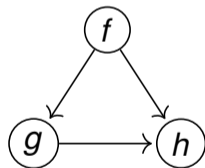
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

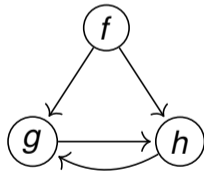
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

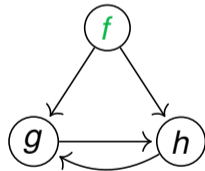
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

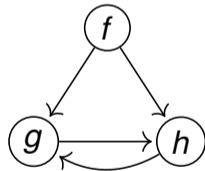
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

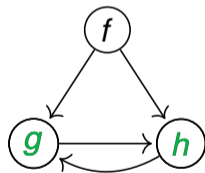
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

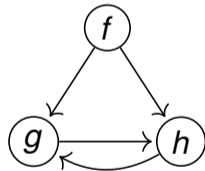
Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

$$g(x) = x \times h(2)$$

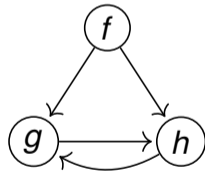
$$h(x) = g(x)$$



Aufrufgraph

Ausdrücke

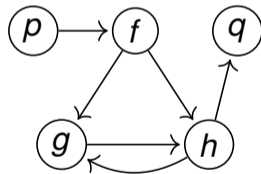
- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Ausdrücke

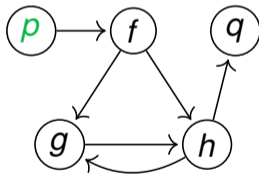
- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Ausdrücke

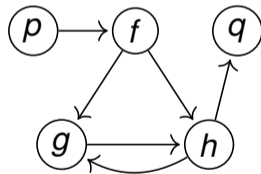
- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Ausdrücke

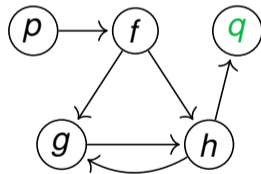
- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Ausdrücke

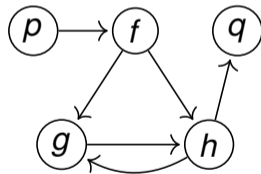
- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Ausdrücke

- ▶ **Ausdruck**
Baum beschriftet mit Variablen & Funktionen
- ▶ **Konstante**
Funktion ohne Eingabeparameter
- ▶ **Basisfunktionen**
vorgegebene Funktionen
- ▶ Ausdruck **rekursiv**, falls dessen Funktion im Aufrufgraph zu einem Zyklus führt



Aufrufgraph

Rekursiver Ausdruck

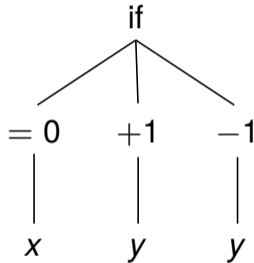
- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if

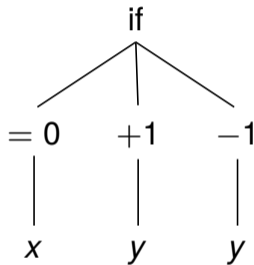
Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if



Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if



$$(x, y) \mapsto \begin{cases} y + 1, & \text{falls } x = 0 \\ y - 1, & \text{falls } x \neq 0 \end{cases}$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$

$$\text{add}(x, y) = x + \underbrace{1 + \dots + 1}_{y\text{-mal}}$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig

$$\text{add}(x, y) = x + \underbrace{1 + \dots + 1}_{y\text{-mal}}$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig

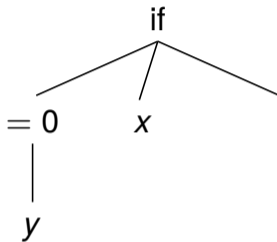
Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig

$$x + 0 = x$$

Rekursiver Ausdruck

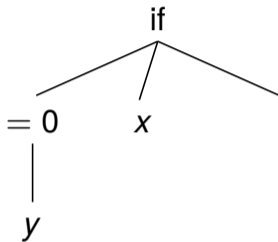
- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig



$$x + 0 = x$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, `if`
- ▶ Ausdruck für `add(x, y)`
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig

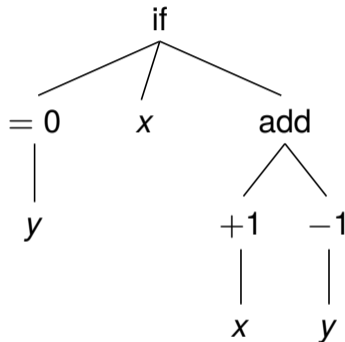


$$x + 0 = x$$

$$x + y = (x + 1) + (y - 1)$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig

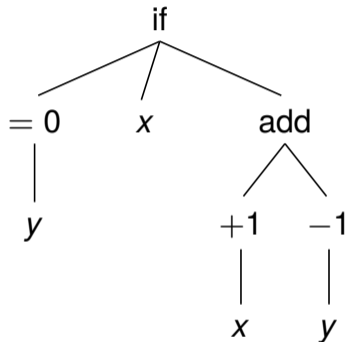


$$x + 0 = x$$

$$x + y = (x + 1) + (y - 1)$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig
- ▶ ÜA: auf negative Zahlen erweitern

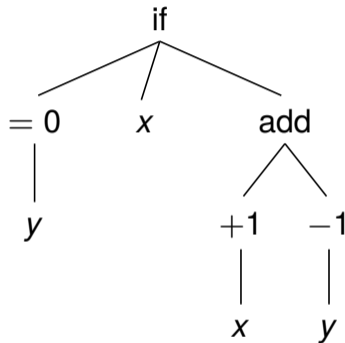


$$x + 0 = x$$

$$x + y = (x + 1) + (y - 1)$$

Rekursiver Ausdruck

- ▶ gesucht: Ausdruck für Addition
- ▶ Basisfunktionen: $+1$, -1 , $= 0$, if
- ▶ Ausdruck für $\text{add}(x, y)$
- ▶ rekursiver Ausdruck notwendig
- ▶ ÜA: auf negative Zahlen erweitern
zusätzliche Basisfunktion < 0

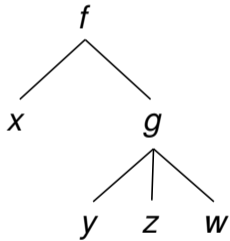


$$x + 0 = x$$

$$x + y = (x + 1) + (y - 1)$$

Repräsentationen für Ausdrücke

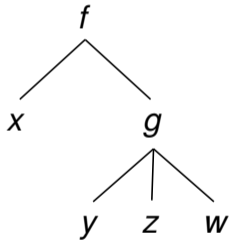
Baum



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

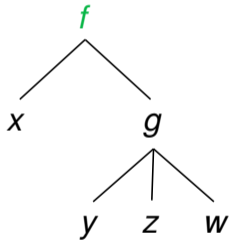
Präfix-Notation



Repräsentationen für Ausdrücke

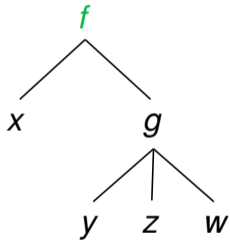
Baum

Präfix-Notation



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

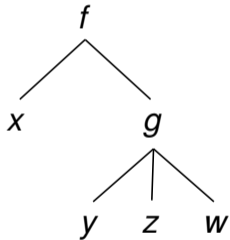


Präfix-Notation

(f (x (g (y z w))))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

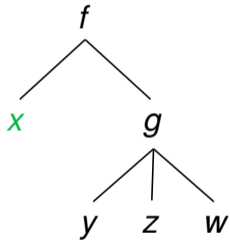


Präfix-Notation

()

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

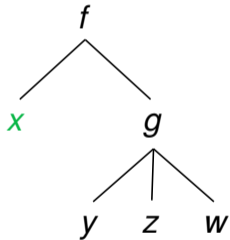


Präfix-Notation

()

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

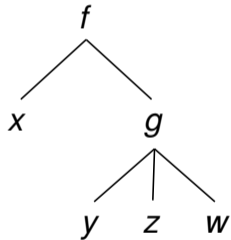


Präfix-Notation

(())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

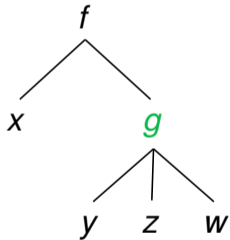


Präfix-Notation

(())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

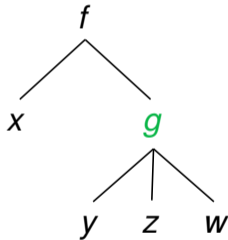


Präfix-Notation

(())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

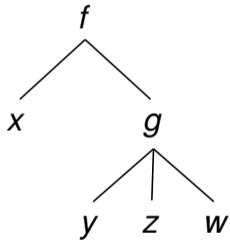


Präfix-Notation

(() ())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

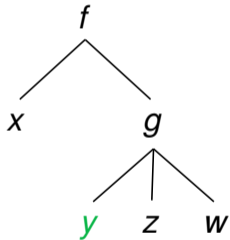


Präfix-Notation

(() ())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

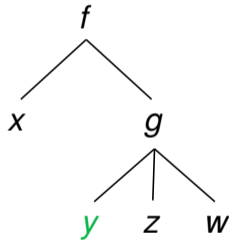


Präfix-Notation

(() ())

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

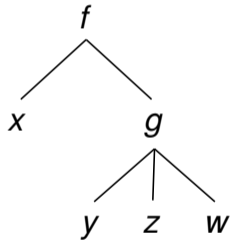


Präfix-Notation

(() (()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

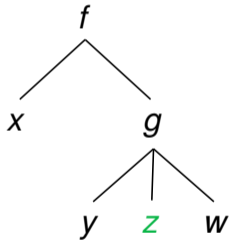


Präfix-Notation

(() (()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

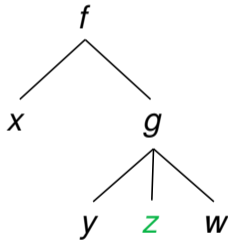


Präfix-Notation

(() (()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

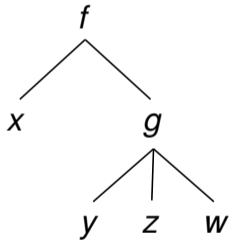


Präfix-Notation

(() (() ()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

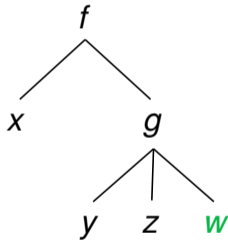


Präfix-Notation

(() (() ()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

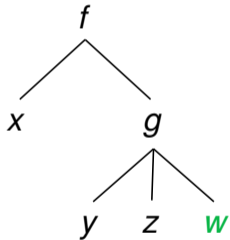


Präfix-Notation

(() (() ()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

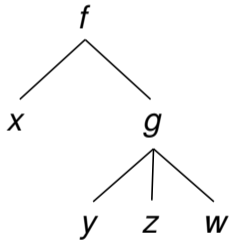


Präfix-Notation

(() (() () ()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

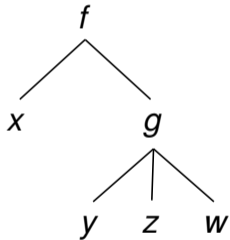


Präfix-Notation

(() (() () ()))

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum

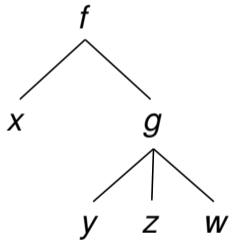


Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



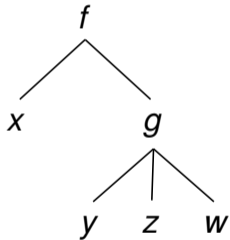
Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

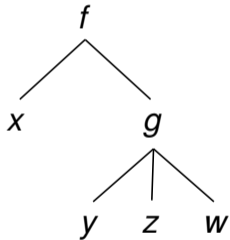
$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f(x)(g(y)(z)(w)))$

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

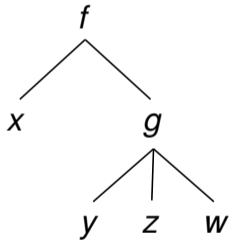
$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f x (g y z w))$

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$

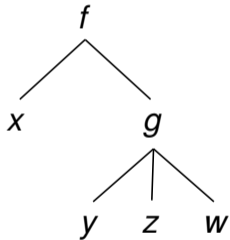


$(f\ x\ (g\ y\ z\ w\))$

Math. Notation

Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



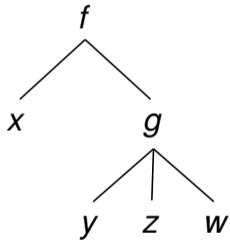
$(f x (g y z w))$

Math. Notation



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f x (g y z w))$

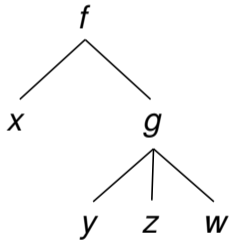
Math. Notation

$(f x (g y z w))$



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f x (g y z w))$

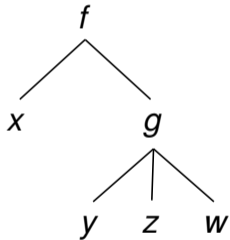
Math. Notation

$f(x g(y z w))$



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f x (g y z w))$

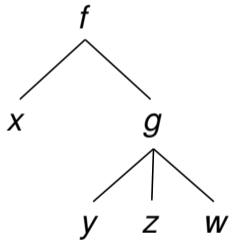
Math. Notation

$f(x, g(y, z, w))$



Repräsentationen für Ausdrücke

Baum



Präfix-Notation

$(f(x)(g(y)(z)(w)))$



$(f x (g y z w))$

Math. Notation

$f(x, g(y, z, w))$



Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

Infix-Notation

$f(x, y)$ $x f y$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

Infix-Notation

$+(x, y)$ $x + y$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

Infix-Notation

$$+(x, y) \quad x + y$$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$

Infix-Notation

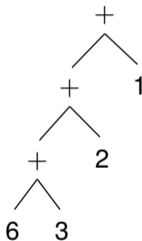
$$6 + 3 + 2 + 1$$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$

Infix-Notation

$$6 + 3 + 2 + 1$$

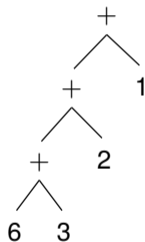
- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$



Infix-Notation

$$6 + 3 + 2 + 1$$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$



linksassoziativ

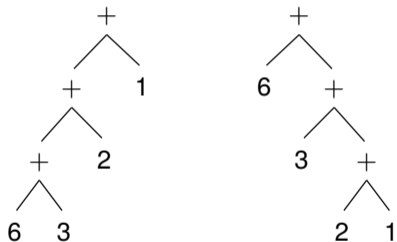
$$(x f y) f z$$

Infix-Notation

$$6 + 3 + 2 + 1$$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$



linksassoziativ

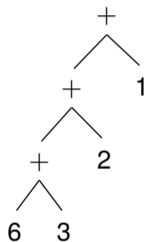
$(x f y) f z$

Infix-Notation

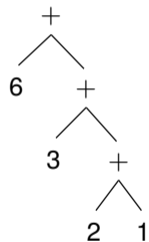
$$6 + 3 + 2 + 1$$

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$



linksassoziativ
 $(x f y) f z$



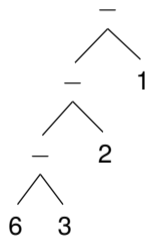
rechtsassoziativ
 $x f (y f z)$

Infix-Notation

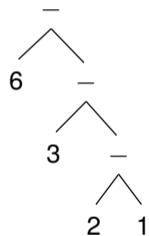
6 - 3 - 2 - 1

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$



linksassoziativ
 $(x f y) f z$

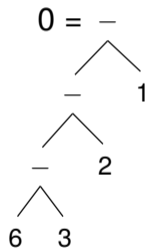


rechtsassoziativ
 $x f (y f z)$

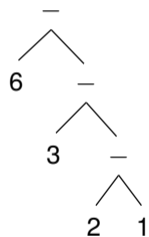
Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$

6 - 3 - 2 - 1



linksassoziativ
 $(x f y) f z$

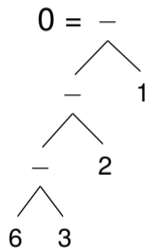


rechtsassoziativ
 $x f (y f z)$

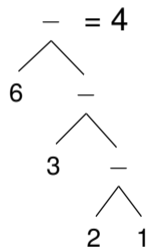
Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ **Assoziativität**
 $x f y f z$

$$6 - 3 - 2 - 1$$



linksassoziativ
 $(x f y) f z$

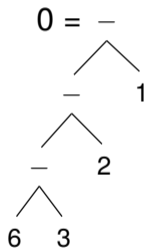


rechtsassoziativ
 $x f (y f z)$

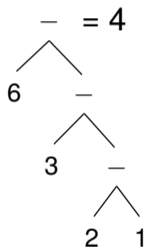
Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ Assoziativität
 $x f y f z$
- ▶ Präzedenz
 $x f y g z$

$$6 - 3 - 2 - 1$$



linksassoziativ
 $(x f y) f z$



rechtsassoziativ
 $x f (y f z)$

Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ Assoziativität
 $x f y f z$
- ▶ Präzedenz
 $x f y g z$

Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ Assoziativität
 $x f y f z$
- ▶ Präzedenz
 $x f y g z$

$$2 + 3 \times 4$$

Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern

- ▶ Assoziativität

$x f y f z$

- ▶ Präzedenz

$x f y g z$

$$2 + 3 \times 4$$

$$(2 + 3) \times 4$$

Infix-Notation

- ▶ 2-stellige Funktion zwischen Parametern
- ▶ Assoziativität
 $x f y f z$
- ▶ Präzedenz
 $x f y g z$

$$2 + 3 \times 4$$

$$(2 + 3) \times 4 \quad 2 + (3 \times 4)$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

$$a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$b \leftarrow 5$$

$$c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

induzierte Ausdrücke

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

induzierte Ausdrücke

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

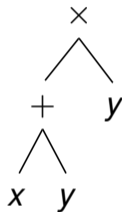
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

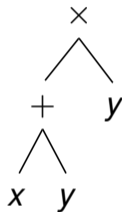
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

induzierte Ausdrücke

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

induzierte Ausdrücke

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

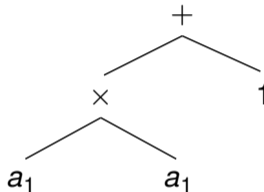
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

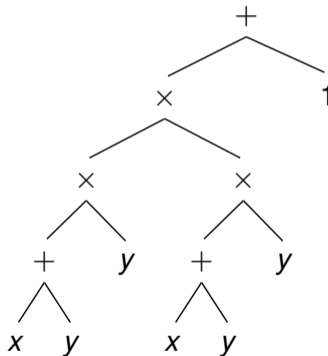
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

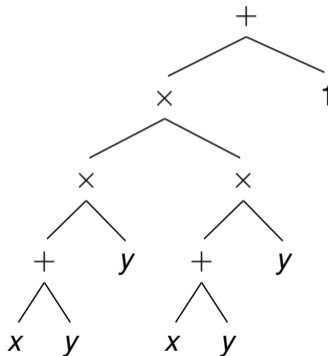
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

induzierte Ausdrücke

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

induzierte Ausdrücke

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

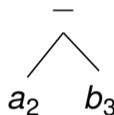
$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

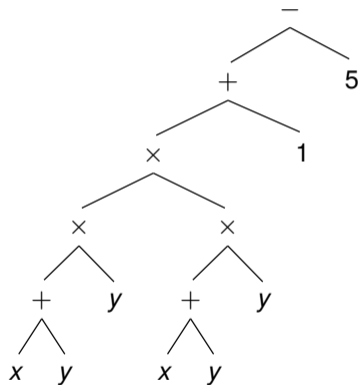
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

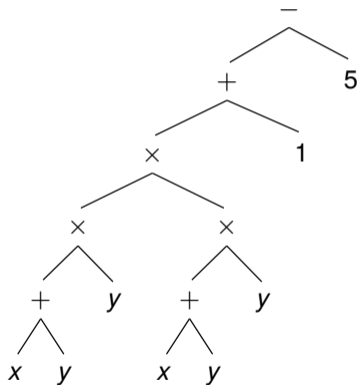
1: $a \leftarrow (x + y) \times y$

2: $a \leftarrow (a \times a) + 1$

3: $b \leftarrow 5$

4: $c \leftarrow a - b$

induzierte Ausdrücke



Zuweisungen und Ausdrücke

Sequenz von Zuweisungen

$$1: a \leftarrow (x + y) \times y$$

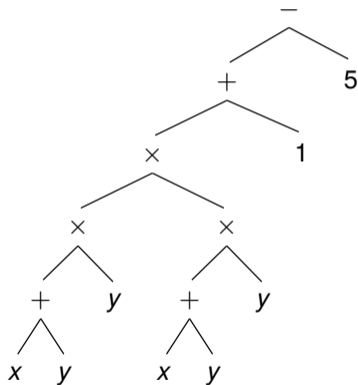
$$2: a \leftarrow (a \times a) + 1$$

$$3: b \leftarrow 5$$

$$4: c \leftarrow a - b$$

bottom-up Konstruktion eines Ausdrucks

induzierte Ausdrücke



Quellen

- ▶ Computer Disk Icon (S. 2), Jonas Roßner, <https://openmoji.org>
- ▶ Cloud Icon (S. 2), Vanessa Boutzikoudi, <https://openmoji.org>
- ▶ Cantor's Pairing Function (S. 3), crh23, <https://commons.wikimedia.org>